『数学ガール／ガロア理論』正誤表

結城浩

http://www.hyuki.com/girl/galois.html

2016 年 7 月 8 日更新

目次

1　第 1 刷

1.1　2012-05-31: **第 1 刷の誤り**: p.447: 8 **行目**: **参考文献の入手可能性**

誤:　〔2012 年現在、入手困難〕

正:　（削除）

1.2　2012-05-31: **第 1 刷の誤り**: p.419: **下から** 2 **行目、下から** 3 **行目**: **誤植**

誤:　群指標

正:　群指数

1.3 2012-06-02: **第 1 刷の誤り**: p.242: **解答** 7-7: **誤植**

誤

解答 7-7（3 次方程式の解の公式）
3 次方程式 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ の解を $x=\alpha,\beta,\gamma$ とする。このとき、α,β,γ は以下のように書ける。

$$\begin{cases}\alpha = \dfrac{1}{3}\left(\omega^2\sqrt[3]{A+\sqrt{D}} + \omega\sqrt[3]{A-\sqrt{D}}\right)\\ \beta = \dfrac{1}{3}\left(\omega\sqrt[3]{A+\sqrt{D}} + \omega^2\sqrt[3]{A-\sqrt{D}}\right)\\ \gamma = \dfrac{1}{3}\left(\sqrt[3]{A+\sqrt{D}} + \sqrt[3]{A-\sqrt{D}}\right)\end{cases}$$

ただし、

$$\begin{cases}A = -\dfrac{2b^3-9abc+27a^2d}{2a^3}\\ D = \dfrac{27\cdot(27a^2d^2-18abcd+4b^3d+4ac^3-b^2c^2)}{4a^4}\end{cases}$$

とする。

正

解答 7-7（3 次方程式の解の公式）
3 次方程式 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ の解を $x=\alpha,\beta,\gamma$ とする。このとき、α,β,γ は以下のように書ける（$-\frac{b}{3a}$ はチルンハウス変換の分）。

$$\begin{cases}\alpha = \dfrac{1}{3}\left(\omega^2\sqrt[3]{A+\sqrt{D}} + \omega\sqrt[3]{A-\sqrt{D}}\right) - \dfrac{b}{3a}\\ \beta = \dfrac{1}{3}\left(\omega\sqrt[3]{A+\sqrt{D}} + \omega^2\sqrt[3]{A-\sqrt{D}}\right) - \dfrac{b}{3a}\\ \gamma = \dfrac{1}{3}\left(\sqrt[3]{A+\sqrt{D}} + \sqrt[3]{A-\sqrt{D}}\right) - \dfrac{b}{3a}\end{cases}$$

ただし、

$$\begin{cases}A = -\dfrac{2b^3-9abc+27a^2d}{2a^3}\\ D = \dfrac{27\cdot(27a^2d^2-18abcd+4b^3d+4ac^3-b^2c^2)}{4a^4}\end{cases}$$

とする。

1.4　2012-06-02: **第 1 刷の誤り**: p.97: **下から 3 行目**: **誤植**

誤:　位数が 6 の元

正:　位数が 6 の群

1.5　2012-06-02: **第 1 刷の誤り**: p.54: **下から 9 行目**: **誤植**

誤:　結局、$\sqrt{5}$ の要素は

正:　結局、$\mathbb{Q}(\sqrt{5})$ の要素は

1.6　2012-06-04: **第 1 刷の誤り**: p.294: **3 行目**: **誤植**

誤

さて、60° の 3 等分が作図可能であることは、$\cos 20^\circ$ が作図可能数であることと同値だ。ところで、$\cos 20^\circ$ の $\mathbb{Q}$ 上の最小多項式は 3 次式 $x^3 - 3x - 1$ であることが示せるから、$\mathbb{Q}(\cos 20^\circ)/\mathbb{Q}$ は 3 次拡大 になる。

正

さて、60° の 3 等分が作図可能であることは、$\cos 20^\circ$ が作図可能数であることと同値だ。ところで、$2\cos 20^\circ$ の $\mathbb{Q}$ 上の最小多項式が $x^3 - 3x - 1$ であることから、$\cos 20^\circ$ の $\mathbb{Q}$ 上の最小多項式が 3 次式 $x^3 - \frac{3}{4}x - \frac{1}{8}$ であることが示せる。したがって、$\mathbb{Q}(\cos 20^\circ)/\mathbb{Q}$ は 3 次拡大 になる。

1.7　2012-06-07: **第 1 刷の誤り**: p.276: **解答** 8-2: **誤植**

誤:　$[\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) : \mathbb{Q}]$ の拡大次数は

正:　$\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})/\mathbb{Q}$ の拡大次数は

1.8　2012-06-10: **第 1 刷の誤り**: p.424: **下から 5 行目**: **誤植**

誤:　拡大次元

正:　拡大次数

1.9　2012-06-19: **第 1 刷の誤り**: p.180: **下から 3 行目**: **誤植**

誤:　ただし $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

正:　ただし $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ で、r は k ごとに固定する。

2　第 2 刷

2.1　2014-05-30: **第 2 刷**: p.133: **3 行目**: **不適切な用語**

誤:　「2 次方程式の複素数解は必ず共役複素数になるよね」

正:　「2 次方程式の虚数解は必ず共役複素数になるよね」

2.2　2014-05-30: **第 2 刷**: p.344: 3 **行目**: **簡易な証明に変更**

誤:

▶ $(aH)(bH) \supset (ab)H$ **の証明**

$(ab)H$ の任意の元は $(ab)h$ と書ける（$h \in H$）。結合法則から、この元は $a(bh)$ に等しい。H は正規部分群だから $bH = Hb$ が成り立ち、$bh = h'b$ を満たす H の元 h' が存在する。したがって、

$$
\begin{aligned}
(ab)h &= a(bh) && \text{結合法則で演算順序を変える} \\
&= a(h'b) && H\ \text{は正規部分群だから}\ bh = h'b\ \text{なる}\ h' \in H\ \text{が存在する} \\
&= (ah')(b) && \text{結合法則で演算順序を変える} \\
&\in (aH)(bH) && ah' \in aH\ \text{かつ}\ b \in bH\ \text{だから}
\end{aligned}
$$

これで $(ab)H$ の任意の元が $(aH)(bH)$ に属することが示されたので、$(aH)(bH) \supset (ab)H$ が証明できた。

正:

▶ $(aH)(bH) \supset (ab)H$ **の証明**

$(ab)H$ の任意の元は $(ab)h$ と書ける（$h \in H$）。結合法則から、この元は $a(bh)$ に等しい。$a \in aH$ で $bh \in bH$ だから、元 $(ab)h$ は $(aH)(bH)$ に属する。

$$
\begin{aligned}
(ab)h &= a(bh) && \text{結合法則で演算順序を変える} \\
&\in (aH)(bH) && a \in aH\ \text{かつ}\ bh \in bH\ \text{だから}
\end{aligned}
$$

これで $(ab)H$ の任意の元が $(aH)(bH)$ に属することが示されたので、$(aH)(bH) \supset (ab)H$ が証明できた。

3　**第 3 刷**

3.1　2016-04-22: **第 3 刷の誤り**: p.337: **下から** 5 **行目**: **カギ括弧閉じ忘れ**

誤:　固有分解したことになる。*3

正:　固有分解したことになる *3」

3.2　2016-07-08: **第 3 刷の誤り**: p.246: **下から** 5 **行目**: **歴史的内容修正**

誤:　最初に 3 次方程式の解の公式を発見したのは 16 世紀の**タルタリア**だ。

正:　3 次方程式の解の公式を発見した者として 16 世紀の**タルタリア**がよく引用される。

3.3　2016-07-08: **第 3 刷の誤り**: p.247: 4 **行目**: **歴史的内容修正**

誤:　実は、3 次方程式の解法は**フェロ**という人物がタルタリア以前に見つけていたらしい。ところが、数学の公開試合でフェロはタルタリアに負けてしまったのだ……

正:　実は、3 次方程式の解法は**デル・フェッロ**という人物がタルタリア以前に見つけていたらしい。ところが、数学の公開試合でデル・フェッロの弟子**フィオーレ**はタルタリアに負けてしまったのだ……