

ミルカさん*

結城浩†

高校一年の夏。

期末試験が終わった日、がらんとした図書室で数式をいじっていると、同じクラスのミルカさんが入ってきた。ミルカさんは僕に気がつくと、まっすぐにそばまでやってきた。

「回転？」ミルカさんは立ったまま僕のノートをのぞき込んで言う。

うん、と僕は答える。ミルカさんのめがねはメタルフレームだ。レンズは薄いブルーがかっている。

「軸上の単位ベクトルがどこに移るかを考えればすぐにわかる。覚える必要なんかないでしょ」ミルカさんは僕のほうを見て言った。ミルカさんの言葉遣いはストレートで、ちょっと変わっている。ベクトルのことをいつもベクトラと言う。

いいんだよ、練習しているだけなんだから、と僕は目を伏せる。

「 θ の回転を 2 回やってみると楽しいよ」ミルカさんは僕の耳に口を寄せてささやく。

「 θ の回転を 2 回やる。その式を展開する。それから「 θ の回転を 2 回行うのは 2θ の回転に等しい」と図形的に考える。すると、2 つの等式ができる」

ミルカさんは僕の手からシャープペンシルを取り、ノートの右端に小さな字で 2 つの式を書いた。ミルカさんの手が僕の手に触れる。

* <http://www.hyuki.com/story/miruka.html>

† <http://www.hyuki.com/> Hiroshi Yuki © 2003-2004

「ほら、これは何？」

ノートの式を見ながら、僕は心の中で（倍角公式）と答える。でも、声には出さない。

「わかんない？ 倍角公式でしょ」

ミルカさんは体を起こす。かすかに柑橘系の香りがした。

ミルカさんは講義しているような口調になる。「いまやったことを振り返ってみましょう。左辺は 2θ の回転を 1 回。右辺は θ の回転を 2 回。そして等号はこの 2 つのものが等しいことを表現しています。1 つのものを 2 つの視点で見る。2 つの解釈を行うといってもいい。そしてその 2 つの姿が、実は 1 つのものであると気づく。すると、とても素敵なことが起こるの」

ミルカさんの声を聞きながら、僕は、別のことを考えていた。賢い女の子。美しい女の子。その 2 つの姿が、実は 1 人のものであると気づいたなら、どんな素敵なことが起こるんだろう。

でも、もちろん、僕は何も言わず、黙ってミルカさんの話を聞いていた。

(2004 年 1 月 20 日)

補足

角 θ の回転は、

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1)$$

であらわされる。これを 2 回繰り返すということは、

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta - \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2)$$

になる。

ところで、 θ の回転を 2 回繰り返すということは、 2θ の回転を行うと見なすことができる。したがって、上の行列は、

$$\begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

に等しい。

ここで行列の要素同士を比較すると、以下の 2 つの等式を導くことができる。

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \quad (4)$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \quad (5)$$

すなわち、 $\cos 2\theta$ と $\sin 2\theta$ を、 $\cos \theta$ と $\sin \theta$ で表現したことになる。これは、いわゆる倍角の公式である。

回転という図形的な操作を行列で表現し、その意味を解釈しなおすことで、三角関数の公式を導き出したことになる。