

# プログラミングに役立つ数学 \*

結城浩

© 2012 Hiroshi Yuki  
<http://www.hyuki.com/>

2012年12月18日

---

\* <http://www.hyuki.com/techinfo/exp.pdf>

この文章は、2012年12月18日発売の Software Design 誌（技術評論社）2013年1月号に掲載した記事です。編集部の許可を得て公開します。

こんにちは。数学物語『数学ガール』を書いている結城浩と申します。今日はプログラミングに関係があり、もっとも重要な「指数的爆発」のお話をします。

## 動作テスト

プログラムの動作テストをするとき、そのプログラムにオン・オフできるオプションが1個あったとしましょう。そのとき、動作テストはオプションがオンのときと、オプションがオフのときの2回必要になります。

オプションがAとBの2個あったなら、テストは4回必要になります。これを繰り返していくと、オプションが $n$ 個になると、テストが2の $n$ 乗、つまり $2^n$ 回必要になることがわかるでしょう。「 $2^n$ になる」という式を見た時点で「これはまずい！」と気づかなくてははいけません。なぜなら、指数的爆発を起こして、オプションの個数に対してテストの回数が急激に増加するからです。

「1個くらいオプションが増えてもいいや」と思っているはいけません。オプションが1個増えるたびに、テストの回数は2倍になるのですから、オプションが10個になったら、テストは $2^{10}$ 、つまり1024回

必要になってしまいます。オプションが20個になったら、テストは $2^{20}$ で、なんと1048576回必要になってしまいます。100万回以上です！

$n$ に対して $2^n$ になるのは指数的爆発の代表的な例です。

## 二分探索

このように、指数的爆発は敵に回すとやっかいです。逆手に使って味方につければ心強いものです。指数的爆発を効果的に使ったアルゴリズムが二分探索です。バイナリサーチとも呼ばれています。たくさんのもものが順序よく並んでいる中から何かを探したいときに、まずちょうど真ん中のものを取り上げ、それよりも前にあるか後にあるかを調べます。前半分にあることがわかったら、今度はその真ん中を調べます。このような「半分にする」という操作を繰り返して探すのが二分探索です。

半分にする操作を繰り返せば、1024個のものであっても、たった10回の比較で見つけることができます。20回比較すれば、なんと1048576個のもの、つまり100万個のものの中から目的のものをを見つけることができます。

二分探索は、バージョン管理システムgitでバグの発生した変更箇所を見つけるためのコマンドbisectでも使われていますね。

指数の逆は対数です。二分探索を使うと、 $X$ 個のものから $\log_2 X$ 回の比較で

目的のものが見つかります。対数を表す数式  $\log_2 X$  は難しそうですが簡単です。たとえば、 $\log_2 2 = 1$  で、 $\log_2 4 = 2$  で、 $\log_2 8 = 3$  です。つまり、 $X$  が 2 の累乗のとき、 $\log_2 X$  は「 $X$  を 2 進数で表したときに 0 が何個並ぶか」を表しているのです。いいかえれば、 $\log_2 X$  は「 $X$  を 2 進数で表したときのビット数から 1 を引いた数」になります。

## プログラミングの目的

プログラムは大量のデータを扱います。普通なら何万年もかかる処理を、工夫したアルゴリズムで数秒ですませることがよくあります。

大量のデータを扱うときには、指数的爆発に陥らないようにすることと、対数を使って管理可能なレベルまで引き下げることが大切です。アルゴリズムの複雑さや、データ量を評価して表現するときには数式がしばしば現れます。 $2^n$  が出てきたら「指数的爆発だ」と注意し、 $\log_2 X$  が出てきたら「対数で押さえられてる」と思えます。

日々のプログラミングで高度な数学を使う人は少ないかもしれませんが、指数的爆発に陥らないように注意を払うこと、そして押さえるということはよくあります。数式に対する苦手意識をなくすだけでも、日々のプログラミングに役立つのではないのでしょうか。

## 関連する結城浩の書籍や Web ページ

『プログラマの数学』は、プログラミングに役立つ「数学的な考え方」を学ぶ本です。

<http://www.hyuki.com/math/>

『数学ガール / 乱択アルゴリズム』は、場合の数、確率論、そしてアルゴリズムの解析に触れた数学物語です。

<http://www.hyuki.com/girl/random.html>

『数学ガールの秘密ノート』は、中学・高校の数学を、数学トークを通して少しずつ学ぶ Web 連載です。

<https://cakes.mu/series/339>